

# 基于动态规划算法的最优 Context 量化器设计

王付艳<sup>1</sup>, 卜春芬<sup>2\*</sup>, 陈 旻<sup>3</sup>

(1. 昆明学院 信息技术学院, 云南 昆明 650214; 2. 昆明学院 物理科学与技术系, 云南 昆明 650214;

3. 云南警官学院 信息网络安全学院, 云南 昆明 650223)

**摘要:**提出一种针对多进制信源的最优 Context 量化器设计方法. 该方法不仅综合考虑了量化前后条件概率分布的相似性, 同时又将条件位符号的取值相关性作为量化合并的依据, 从而使得量化后的 Context 模型能够最大限度地利用信源间相关性, 然后动态规划算法被应用于合并相似的条件概率分布, 从而实现 Context 量化. 最后量化器被用于图像的小波压缩编码应用. 实验结果表明, 量化器能够获得与其他优化量化器相近甚至更好的压缩效果.

**关键词:** Context 量化; 动态规划; 描述长度; 信源取值相关性

中图分类号: TP919.1 文献标识码: A 文章编号: 1674-5639(2015)06-0116-05

DOI: 10.14091/j.cnki.kmxyxb.2015.06.029

## Optimized Context Quantizer Design Based on Dynamic Programming Algorithm

WANG Fu-yan<sup>1</sup>, BU Chun-fen<sup>2\*</sup>, CHEN Min<sup>3</sup>

(1. College of Information Technology, Kunming University, Yunnan Kunming 650214, China;

2. Department of Physics Science and Technology, Kunming University, Yunnan Kunming 650214, China;

3. Department of the Information & Web Security, Yunnan Police Officer Academy, Yunnan Kunming 650223, China)

**Abstract:** The optimal Context quantizer design method aiming at multi-system information sources was put forward. This method not only focused on the similarity of conditional probability distribution before and after quantization, but at the same time, takes the value correlation of conditional source symbols as the gist of quantization combination so as to use greatly information source correlation of Context model after quantization. Then the dynamic programming algorithm was used to merge similar conditional probability distribution to realize Context quantization. Last, the quantizer was used into image wavelet compression coding application. The experiment results show that the quantizer can obtain the similar or even better compression effect compared with others.

**Key words:** Context quantization; dynamic programming; description length; information source value correlation

正如我们在研究和实验中发现的, 在 Context 建模熵编码技术中, “模型稀释”<sup>[1]</sup>是无法避免的. 因此, 只有找到合适的方法去缓解. 文献[2~3]的工作专注于采用 Context 量化来缓解由于统计计数值不足而引起的模型训练不足问题. 尽管 Context 量化降低模型本身的熵值, 但由于模型代价同时降低, 使得最终的编码效果有可能变得更小. 然而, 目前的一些 Context 量化器并不能从本质上保证量化结果的全局最优性, 这使得编码结果存在较强的波动性, 时

而好、时而坏. 我们在前期研究中提出使用聚类方法来实现 Context 量化. 尽管经过精心调试, 该类量化算法已经能够尽可能的逼近全局最优解, 但由于选择的量化方法运算复杂度较高, 迭代消耗较大, 因此并不能真正大规模推广使用. 为了解决此问题, 我们回归 Context 量化的本质, 去探寻一种即类似聚类算法, 又能保证结果全局最优的 Context 量化方法.

其实, 量化的实质是降低模型规模, 包括降低信源取值字符集规模和降低 Context 数量, 如文献

收稿日期: 2015-11-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61062005); 云南省自然科学基金青年基金资助项目(2013FD042); 昆明学院科学研究资助项目(XJL14003).

作者简介: 王付艳(1975—), 女, 云南昆明人, 讲师, 硕士, 主要从事信息传输理论研究.

\* 通讯作者: 卜春芬(1978—), 女, 云南大理人, 讲师, 硕士, 主要从事教育技术学研究, E-mail: buchunfen@163.com.

[2~3]中将小波系数进行带死区量化以及分解操作就是为降低字符集规模.而 Context 量化是针对模型规模进行量化,在给定判决准则条件下,将多个条件概率分布合并来提高估计效果. Context 量化减小模型规模的同时也增加了合并后条件概率分布的熵.当模型代价降低的效果强于熵值的增加时,就能最终降低编码码长.目前针对 Context 量化的研究主要包括以下两个方面.

1) 基于经验的 Context 量化.早期, CALIC 算法<sup>[4]</sup>采用经验量化的形式,通过将 Context 量化应用于灰度图像无失真编码时的预测误差熵编码中,以克服需要对多符号信源(预测误差)建立 Context 模型而出现的严重的模型稀释问题.虽然这不是优化的 Context 量化器,但经过精心调试后,该算法仍取得了明显的压缩性能改善.基于此,大部分应用研究<sup>[5~8]</sup>都采用了类似的思路,目的是既取得满意的熵编码效果又减少计算量.

2) 最优 Context 量化.一种最优 Context 量化的目标是在给定量级数的条件下使量化后条件熵值最小<sup>[9]</sup>,即最小条件熵 Context 量化(MCECQ).然而,条件熵是码长的平均下界,并不能直观反映模型的动态描述复杂度.而另一类基于最短自适应码长的 Context 量化(MCLCQ)采用自适应码长作为评价准则.同时,对二进制信源, MCLCQ 可以使用动态规划算法或最短路径算法<sup>[10~11]</sup>来实现,以保证量化结果的全局最优,且能够自适应的获得量化级数.但 MCLCQ 只适用于二进制信源.因为对二进制信源,条件概率分布可以靠一个概率值决定其排序顺序,从而使用动态规划算法来进行最优量化.但对多进制信源,要想完成分布的排序是不可能的,尽管前人在文献[12~13]中尝试通过某种映射将 Context 模型中的条件概率分布转变为一个有意义的标量,从而便于排序并使用动态规划算法给出最优 Context 量化解,但映射本身就已经影响到 Context 量化的最优性.

实际上,对多进制信源, Context 量化等价于一个特殊的矢量量化问题,我们在前期研究中发现,可以使用智能聚类算法对其进行实现.在文献[14]中,我们使用改进遗传聚类算法实现 Context 量化,通过改进复制、交叉和变异的约束条件,并使用自适应码长作为判决准则,最终获得了较好的压缩效果.在文献[15]中,我们定义描述长度增量作为聚类操作的距离测度,并给出其相关特性的证明,然后使用近邻传播算法进行 Context 量化.该方法不仅能使量化后的多进制信源描述长度最短,同时能自适应地找到最优量化级数.然而,以上算法均存在不足之

处.遗传聚类算法随机的选择初始类中心,往往会使聚类结果陷于局部最优.而近邻传播算法需要事先给定参考矩阵的值,使得聚类结果依赖于人工干预.此外,我们借助描述长度增量,并利用最陡下降法来实现 Context 量化以改进图像小波压缩算法<sup>[16]</sup>,最终获得了更好的压缩效果,同时整个量化过程不需要人工干预.这也证明了我们前期使用聚类算法实现 Context 量化的思路是可行的.

事实上,如果考虑使用全局最优类聚类算法,例如动态规划等,也同样可以对多进制信源获得全局最优的量化结果.鉴于此,本文提出一种针对多进制信源的动态规划 Context 量化方法以改进聚类算法类 Context 量化的整体性能.因此,我们首先介绍 Context 量化的基本思想,然后提出基于动态规划的全局最优 Context 量化算法.

## 1 Context 量化

导致“模型稀释”的原因是多方面的,但最主要的是由于条件位增加而带来的模型规模增加和训练数据量之间的需缺矛盾.而在初始化这些分布时,所有条件概率分布均设为均匀分布.如果有限的训练数据被分散到过多均匀分布,也就是说,每个分布获得的统计计数严重减少,则必然导致这些分布仍然接近于均匀分布,尽管理论上由于条件增加而使得条件熵降低,但驱动算术编码器的“近均匀分布”最终导致编码码长增加从而抵消由于熵值降低带来的编码收益.一种减少计数值分散的方法是减少模型规模,直观的做法是合并 Context 模型中的一些分布,生成一些新的计数向量,从而使得每个计数向量获得的统计计数值增加.于是 Context 量化可以描述为:设计量化器  $Q(\cdot)$ ,将 Context 模型  $C$  映射为一个规模更小的计数向量集合  $M$ ,使得模型规模降低,即  $|C| \geq |M|$ .同时,量化器设计依赖于优化准则  $opt(C \rightarrow M)$ ,不同优化准则带来不同量化结果.例如经验量化<sup>[4]</sup>、MCECQ<sup>[9]</sup>和 MCLCQ<sup>[11]</sup>.然而,这些量化算法在合并条件概率分布时均考虑了条件概率分布间的相似性,并没有利用信源符号取值之间的相关性.以图像编码为例,图1所示为取1位条件的两个条件概率分布.

在图1中,(a)图表示的计数向量代表条件位取值为10的过去信源符号构成的条件概率分布.(b)图表示第2个条件概率分布,使用的条件取值为2.对图像而言,这两个像素取值并不相关.但按照以往量化思路,这两个分布必然会被合并,因为合并后条件熵或者自适应码长均会降低.然而,这样的合并显然是不合理的.因为,对一些满足局部相关的

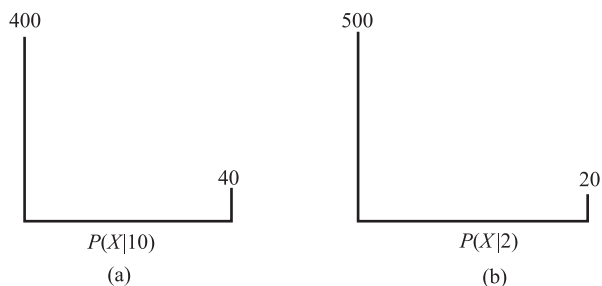


图1 两个条件取值不同时得到的计数向量

信源,如图像、声音,相邻信源符号间的取值在大部分情况下是相近的.而以值2为条件的图像区域与条件为10的图像区域很有可能不连续,也就是说这两块图像区域之间的相关性不强.如此合并条件概率分布实际上是破坏了信源符号间的相关.而Context熵编码事实上需要利用这种相关性.另一方面,对图像编码而言,如果信源符号满足的条件概率分布对应的条件熵已知,那么这些条件概率分布必然呈现一种特殊的相似,即条件相近的条件概率分布应当具有更强相似性.

同时,MCLCQ在量化之前,先将统计得到的条件概率分布进行排序.对二进制信源,这样的排序可以由分布的一个概率值确定(不论是取值为1的概率,还是取值为0的概率均可).本文中,我们选取取值为0的条件概率作为条件概率分布排序的依据,并进行说明.设有两个二进制条件概率分布为 $P(X|c_1)$ 和 $P(X|c_2)$ .其中 $P(x_0|c_1)$ 表示分布 $P(X|c_1)$ 中取值为0的条件概率,则 $P(x_0|c_2)$ 表示 $P(X|c_2)$ 中取值为0的条件概率.如果两个条件概率之间存在 $P(x_0|c_1) \geq P(x_0|c_2) \geq \frac{1}{2}$ ,则可以知道的是条件概率分布为 $P(X|c_1)$ 对应的条件熵 $H(X|c_1)$ 必然小于等于分布 $P(X|c_2)$ 对应的条件熵 $H(X|c_2)$ .二进制信源熵函数图像如图2所示.

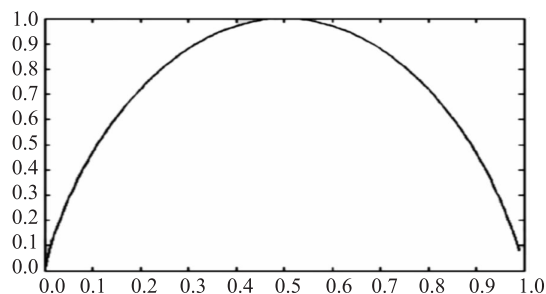


图2 二进制信源熵函数图像

从图2中可以看出,当概率值大于1/2时,熵值随概率值递减.而当概率值小于1/2时,取0值的概率越小,实际对应为信源取值为1的概率越大,熵值越小.因此,在二进制信源情况下,MCLCQ根据条件

概率取值大小对条件概率分布进行排序实质上等价于按照分布的熵值大小进行排序.同时,从此思想中还可以得到如下的启示.

以概率值1/2作为分界点,将信源符号分为两大类.一类是信源值为0的概率大于值为1的概率,另一类则正好相反.在Context量化时,按照合并后,分布熵值降低的原则.这两类分布事实上并不会被合并.因为一旦合并,带来的结果必然是分布均匀化,导致熵值增加.鉴于此,实际上信源符号的取值也会对排序产生影响.

然而,在实际应用中,分布的熵值是未知的,就连信源符号的取值实际上也是未知的.尽管通过统计,可以看出在具体条件向量下各信源取值的个数,从而估计相应条件概率,并以此条件概率作为对下一个未知信源取值分布特性的一种极大似然估计.这样的估计方法对一些邻域相关信息,例如图像、声音是合理的.但并不意味着对所有信号均适用.

对多进制信源,条件概率分布的熵值并不能由一个概率值确定.同时,条件概率分布的熵也是未知的.因此,根据条件概率值对分布进行排序在多进制信源情况下无法进行.但对于图像来说,可以考虑按照像素点取值大小来对分布进行排序.以相近取值作为条件的概率分布排序后所处的位置相近.对图像而言,设 $s(i,j)$ 代表一个像素的取值,则其邻域像素 $s(i \pm 1, j)$ ,  $s(i, j \pm 1)$ 在大多数情况下应该与该像素取值相近.我们在此给出一种不作证明的数学表达来说明其邻域相关性.

设给定一个非负数值 $\delta$ ,令 $s$ 和 $s'$ 分别表示当前像素取值及其邻域像素取值.则存在一个给定取值的概率 $0 < \eta < 1$ ,满足:

$$P(|s - s'| \leq \delta) \geq \eta, \quad (1)$$

(1)式并不存在严格的数学意义.但从中可以看出,相邻像素点间的取值应当接近.当然,对于图像的边缘部分而言,上式并不成立.在实际应用中,对于边缘部分,可以考虑文献[1]中给出的训练和建模方法来获得针对不同条件前缀的条件概率分布建模和训练.但对图像的细节部分,(1)式描述的关系是成立的.因此,在针对图像的Context量化时,如果以作为条件的像素的取值为依据对条件概率分布进行排序,则将相邻分布合并时并不一定带来过强的均匀化,使得熵值增加.换言之,可以按照像素取值对分布进行排序.这样的考虑不仅符合MCLCQ排序的思想本质,同时还充分利用了信源取值的相关性.

结合上述的排序方法,动态规划算法将可以用于多进制信源的Context量化,从而获得最优量化结果.

## 2 多进制信源情况下的最优 Context 量化

对  $I$ -ary 信源,按照 Context 建模方法,构建条件概率分布  $P(X|c_i)$ ,并使用统计计数的方法对其进行训练.得到的计数向量其实对应了图 3(以相应计数向量为例)中的叶子结点.

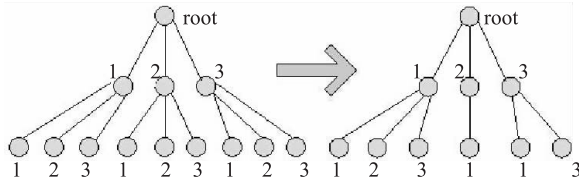


图3 条件概率分布的树形构造图

进行 Context 量化时,本质目的是减少模型规模以对抗“模型稀释”,实际上等价于缩减叶子结点的规模.当取 1 位条件时,对  $I$  进制信源,共有  $I$  个结点.同时,在量化过程中考虑信源取值的相关性.则量化算法描述为:条件位取值相近的概率分布可以合并,但不允许跨越合并.

以图 3 中所示的结点 4 来说,如果结点 1 和结点 2 合并,而结点 3 独立时,结点 4 不允许和结点 1, 2 合并.但如果结点 4 与结点 5 合并能够降低模型描述长度,则允许这两个结点合并.同时,整个量化过程的评价目标选取为整个模型对训练集的描述长度最小.即给定训练集  $T$ ,使得其描述长度  $L_T$  最小.设 Context 量化将模型量化为  $M$  个计数向量,每个计数向量对应的描述长度由(2)式给出.

$$L_m = \log(n_m + I - 1)! - \sum_{i=1}^I \log n_i^{(m)}! - \log(I - 1)!, \quad (2)$$

则,  $L_T$  可由(3)式计算得到:

$$L_T = \sum_{m=1}^M L_m. \quad (3)$$

综上所述,最优 Context 量化描述为:在对条件概率分布对应的计数向量排序的基础上,寻找一种自适应合并方式,使得训练集的描述长度最短.对于条件概率分布排序,一位条件时可以直接按照条件位取值进行排序.对于多位条件,可以计算条件向量相对于空间原点的欧式距离作为排序依据.如(4)式所示:

$$d = \sum_{j=0}^N C_{i,j}^2, \quad (4)$$

其中,  $C_{i,j}$  表示第  $i$  个分布对应的条件向量中,第  $j$  个条件位的取值.

在对条件概率分布排序后,为了自适应获得量化级数并使得描述长度最短.我们使用动态规划算法来对分布进行合并操作.值得注意的是,并不是只有动态规划适合 Context 量化的实现.包括最短路径

等一大类全局最优算法事实上都能够用于最优 Context 量化的实现.但为了快速获得最优结果,本文选择动态规划作为实现方式.同时,一大类聚类算法同样可以用于 Context 量化的实现,但聚类算法并不能保证一定获得全局最优解,因此,从全局最优性考虑,使用聚类算法实现的 Context 量化要略差于使用全局优化算法实现的量化.

在使用动态规划实现 Context 量化时,使用(5)式描述的优化递推式为:

$$L_T = \min(L_{1,i} + L_{i+1,I}), \quad (5)$$

其中,  $L_{i,j}$  表示从第  $i$  个分布到第  $j$  个分布合并得到的计数向量对应的描述长度.综上所述,基于动态规划的多进制最优 Context 量化描述为:

- 1) 按照(4)式对获得的 Context 模型中的条件概率分布进行排序(升序或者降序均可);
- 2) 使用动态规划对排序后的分布进行合并;
- 3) 通过迭代,寻找到使得训练集描述长度最短的划分方法;
- 4) 从划分方法中解析出映射表,结束算法.

## 3 实验

在本文中,为验证算法的可行性.我们将基于动态规划的最优 Context 量化器应用于图像小波压缩中.为了方便算法中条件概率分布的排序,我们仅使用一位条件来构建条件概率分布.同时,按照文献[2]的方法来重新构建相应算法,在其基础上只使用一位条件的条件概率分布来编码.

在本文实验中,图像首先通过一个 9~7 小波滤波器来实现图像的小波变换.同时,与文献[2]一样,小波系数被分解为 4 个部分.我们使用 17 幅图像作为训练图像来训练各个待编码部分的 Context 模型,另外 3 幅图像(lena, Barb 和 Goldhill)被用作实验图像.使用本文量化器后,3 幅图像的压缩结果如下表 1 所示.作为对比,将按照文献[2]实现出的算法用于相同图像,其结果同样列在表 1 中.

表 1 图像小波压缩结果对比

| 图像       | 门限    | 文献[2]算法<br>/(bit · symbol <sup>-1</sup> ) | 本文算法<br>/(bit · symbol <sup>-1</sup> ) |
|----------|-------|-------------------------------------------|----------------------------------------|
| lena     | 5.33  | 1.043                                     | 1.042                                  |
|          | 9.79  | 0.573                                     | 0.571                                  |
|          | 19.61 | 0.263                                     | 0.262                                  |
| barb     | 8.92  | 1.121                                     | 1.121                                  |
|          | 19.88 | 0.609                                     | 0.610                                  |
|          | 38.78 | 0.303                                     | 0.303                                  |
| goldhill | 8.36  | 1.038                                     | 1.036                                  |
|          | 15.27 | 0.591                                     | 0.588                                  |
|          | 26.37 | 0.270                                     | 0.268                                  |

值得注意的是,表 1 中的门限表示在小波系数分解时,带死区的量化器采用的门限. 门限值越高,小波系数失真越多,bit 率也就越小,重构出的图像质量也就越差.

从表 1 中不难看出,使用本文提出的全局最优 Context 量化器,可以得到与文献[2]经过精心调试的结果相近甚至更好的结果. 同时,作为自适应 Context 量化器,本文算法不仅能够自适应获得量化级数,同时,由于动态规划算法的引入,确实可以保证量化结果的全局最优性.

此外,本文算法不仅考虑条件概率分布合并前后的结果最优性,同时在量化过程中也考虑了条件位符号的取值相关性. 从某种程度上说,本文算法利用的符号相关性更多. 这也就是其能改进压缩效果的原因. 另一方面,将信源符号的取值相关性应用于最优 Context 量化,还能够避免大量的迭代运算量,使得本文量化器能够维持合理的运算复杂度.

综上所述,借助动态规划算法来实现 Context 量化,确实能够对现有量化器性能进行改进.

#### 4 结论

本文提出一种针对多进制信源的最优 Context 量化器设计方法. 该方法借助动态规划算法来实现条件概率分布的合并聚类,同时,在合并过程中,条件位符号的取值相关性也同样被用于衡量合并的可能性. 换言之,本文量化器是综合考虑了概率分布相似性和取值相关性,从而在 Context 建模中保证了更多的相关性应用. 实验结果表明,本文量化器可以获得与其他量化器相近甚至更好的压缩效果,已达到设计目标.

#### [参考文献]

- [1] RISSANEN J, LANGDO G G. Universal modeling and coding[J]. Transactions on Information Theory, 1981, 27(1): 12 - 23.
- [2] CHEN Jian-hua, ZHANG Yu-feng, SHI Xin-ling. Image coding based on wavelet transform and uniform scalar dead zone quantizer[J]. Signal Processing: Image Communication, 2006, 21(7): 562 - 572.
- [3] CHEN Jian-hua. Context modeling based on context quantization with application in wavelet image coding[J]. IEEE Trans Image Processing, 2004, 13(1): 26 - 32.
- [4] WU X. Lossless compression of continuous-tone images via context selection and quantization[J]. IEEE Trans on Image Proc, 1996, 6(5): 656 - 664.
- [5] WEINBERGER M J, SEROUSSI G, SAPIRO G. The LOCO-I lossless image compression algorithm: principles and standardization into JPEG-LS[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 9(8): 1309 - 1324.
- [6] TAUBMAN D. High performance scalable image compression with EBCOT[J]. IEEE Trans on Image Proc, 2000, 9(7): 1158 - 1170.
- [7] 潘泓, SIU W C, 夏良正. 一种基于二进制小波变换的无损图像编码算法[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(7): 1671 - 1675.
- [8] 周映虹, 马争鸣. JPEG2000 中重要性编码及上下文建模的改进[J]. 中国图象图形学报, 2008, 13(8): 1402 - 1410.
- [9] WU X, CHOU P A, XUE X. Minimum conditional entropy context quantization[J]. IEEE International Symposium on Information Theory, 2000, 28(3): 1 - 15.
- [10] FORCHHAMMER S, WU X, ANDERSEN J D. Optimal context quantization in lossless compression of image data sequences[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(4): 509 - 517.
- [11] FORCHHAMMER S, WU X. Context quantization by minimum adaptive code length[C]//Proc of IEEE Inter Symposium on Information Theory. Nice, 2007: 246 - 250.
- [12] WU X. Context quantization with fisher discriminant for adaptive embedded wavelet image coding[C]//Proc of 1999 Data Compression Conference. Snowbird: IEEE Computer Society, 1999: 102 - 111.
- [13] CAGNAZZO M, ANTONINI M, BARLAUD M. Mutual information-based context quantization[J]. Signal Processing: Image Communication, 2010, 25: 64 - 74.
- [14] CHEN Min, CHEN Jian-hua. Context quantization based on the modified genetic algorithm with K-means [C]//Proceeding of 9th International Conference on Natural Computation. Shengyang, 2013: 424 - 428.
- [15] CHEN Min, CHEN Jian-hua. Affinity propagation for the Context quantization[J]. Advanced Materials Research, 2013, 791: 1533 - 1536.
- [16] 陈旻, 王开云, 薛洁, 等. 一种图像自适应小波压缩算法[J]. 昆明学院学报, 2013, 35(6): 96 - 99.